

2108002601040001 / 1908001301040001
EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
MASTER OF COMMERCE (EXTERNAL) PART - I
ADVANCED STATISTICS - I

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 100]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

a. Name of the Examination : **MASTER OF COMMERCE (EXTERNAL) PART - I**

b. Name of the Subject : **ADVANCED STATISTICS - I**

c. Subject Code No : **2108002601040001 / 1908001301040001**

2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.

3. Figures to the right indicate full marks of the question.

4. All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેનાં પ્રશ્નોના જવાબ આપો

20

Answer the following the questions :

1) સંગત આગણકના ગુણધર્મો જણાવો.

State the characteristics of consistent estimator.

2) જો T_1 અને T_2 બંને અનુક્રમે θ_1 અને θ_2 ના અભિન્ન આગણક હોયતો $\frac{\theta_1+3\theta_2}{4}$ નો અનાભિન્ન આગણક શોધો.

If T_1 T_2 are unbiased estimator of θ_1 and θ_2 respectively, then obtain the unbiased estimator of $\frac{\theta_1+3\theta_2}{4}$.

3) જો $f(x, \theta) = \theta \cdot x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$, $\theta > 0$, તો θ નો આગણક પ્રધાતની રીતે મેળવો.

If $f(x, \theta) = \theta \cdot x^{\theta-1}$, where $0 < x < 1$, $\theta > 0$, then obtain the estimator by the method of moments.

4) સાબિત કરો કે, લાપ્લાસ વિતરણ માટે થાય છે..

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Prove that for Laplace distribution.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

5) અતિગુણોત્તર વિતરણના પ્રાયલો જણાવી મધ્યકનું સુત્ર લખો.

State the parameters of hyper geometrics distribution, write the formula of mean.

6) લઘુપ્રમાણ્ય વિતરણના ઉપયોગો જણાવો.

State the uses of Log normal distribution.

7) પ્રકાર-I અને પ્રકાર-II ભૂલ સમજાવો.

Explain type - I and type – II error.

8) અપ્રયાલીય પરીક્ષણોની લાક્ષણિકતાઓ લખો.

State the characteristics of nonparametric test.

9) ઋણ ટ્રીપલિ વિતરણ નાગુણધર્મો જણાવો.

State the properties of negative binomial distribution.

10) સંભાવના વિતરણ $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{x}{\theta}}$, $x > 0$, $\theta > 0$, માં એક જ અવલોકનને આધારે $H_0 : \theta = 2$ વિરુદ્ધ $H_1 : \theta = \sigma$ નું પરીક્ષણ કરવા માટે પ્રથમ પ્રકારની ભૂલની સંભાવના $\alpha = 0.05$. હોય અને જો $x \geq c$ હોય ત્યારે H_0 નો અસ્વીકાર કરવામાં આવેતો C ની કિંમત શોધો.

For the probability distribution $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{x}{\theta}}$, $x > 0$, $\theta > 0$, on the bases of one observation the probability of having type –I error $\alpha = 0.05$. For testing $H_0 : \theta = 2$, against $H_1 : \theta = \sigma$ and if $x \geq c$ then H_0 is rejected, then find the value of c .

- Q.2**
- a) ટ્રીપલ સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિર્દેશનો મધ્યકએ પોયસન સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિર્દેશના મધ્યક કરતાવધુ દક્ષ હોય છે એમ સાબિત કરો. 7
 Prove that, the mean of a sample taken from binomial population is more efficient than the mean of a sample taken from Poisson distribution.
- b) જો x_1, x_2, \dots, x_n એ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલો યદ્ય નિર્દેશ હોય તો σ^2 નો મહત્તમ વીસંભાવના આગણક મેળવો. 7
 If x_1, x_2, \dots, x_n is a random taken from $N(\mu, \sigma^2)$ than obtain the maximum likelihood estimator of σ^2 .
- c) એક સિક્કાને 8 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. 6
 $H_0 : p = \frac{1}{2}$ વિરુદ્ધ $H_1 : p = \frac{2}{3}$ નું પરિક્ષણ કરવાનું છેજો 5 કરતાવધુ છાપ મળે તો H_0 નો અસ્વીકાર કરવામાં આવે છેતો α, β અને પરિક્ષણનું સામર્થ્ય શોધો.
 A coin is tossed 8 times. $H_0 : p = \frac{1}{2}$ against $H_1 : p = \frac{2}{3}$. If the number of head occurs more than 5 times, then H_0 is rejected.
 Find α, β and power of test.

અથવા
OR

- a) σ^2 વિચરણવાળા પ્રમાણ્ય વિતરણમાંથી લીધેલા n કદવાળા યાદ્યિક નીદર્શનું વિચરણ s^2 છે સાબિત કરોકે $\frac{ns^2}{n-1}$ એ σ^2 નો અનભીનત આગણક છે અને તેની દક્ષતા $\frac{n-1}{n}$ છે 7
 The sample variance of a sample of size n , taken from the normal population with variance σ^2 is s^2 Prove that $\frac{ns^2}{n-1}$ is an unbiased estimator of σ^2 and its efficiency is $\frac{n-1}{n}$
- b) પર્યાપ્ત આગણકની વ્યાખ્યા આપો. સાત વિચરણ σ^2 વાળી પ્રમાણ્ય સમ્વીષ્ટિના મધ્યક μ નો પર્યાપ્ત આગણક, નિર્દેશ મધ્યક \bar{x} થાય છે એમ સાબિત કરો. 7
 State the definition of sufficient estimator. Also show that sample mean \bar{x} is sufficient estimator of population mean μ for known variance σ^2 .
- c) $f(x, \theta) = \theta^x \cdot (1 - \theta^{1-x})$ માંથી n કદનો યદ્ય નીદર્શ x_1, x_2, \dots, x_n લેવામાં આવે છે તો $H_0: \theta = \theta_0$ વિરુદ્ધ $H_1: \theta = \theta_1$ જ્યાં $\theta_1 > \theta_0$ ના પરિક્ષણ માટે નેમન પિયરસન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી \propto કદવાળો શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ મેળવો. 6

A random sample of size n , x_1, x_2, \dots, x_n is taken from the probability distribution $f(x, \theta) = \theta^x \cdot (1 - \theta)^{1-x}$, to test $H_0: \theta = \theta_0$ against $H_1: \theta = \theta_1$ where $\theta_1 > \theta_0$ by using Neymann person lemma, obtain the best critical region of size α .

Q.3 a) લાપ્લાસ વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વીધેય લખો તથા એના પ્રઘાત સર્જક વીધેય પરથી વિચરણ મેળવો 7
State the probability density function of Laplace distribution, also obtain variance from its moment generating function.

b) લઘુ ગણકીય પ્રમાણ્ય વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વીધેય લખો તથા તેનું વિચરણ મેળવો. 7
State the probability density function of log normal distribution also, obtain its variance

c) રૂપ વ્યક્તિઓનો એક નીદર્શ લઈ તેમને બે વસ્તુઓ y અને n વિશે અનુક્રમે ગમા અને અણગમા ની માહિતી પૂછવામાં આવી. પરિણામોની શ્રેણી Y અને N ના ક્રમમાં નીચે પ્રમાણે છે. 6

YYYNNNYYNNYNYNNNNNNYYYN

તો રન પરિક્ષણ દ્વારા (RUN TEST) પરિણામો ચક્ર્ય છે

A random sample of sign 25 is taken and they are asked about their liking and disliking about a product indicated as Y and N respectively, and the results are given below.

YYYNNNYYNNYNYNNNNNNYYYN

Then test the hypothesis by run test that “the results are random”

અથવા

OR

a) કોશી વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વીધેય લખો તથા તેના ચતુર્થકો મેળવો. 7
State the probability density function of Cauchy distribution. Also obtain its quartiles.

b) ઋણ દ્વીપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વીધેય મેળવો. તેના મધ્યક અને વિચરણ પણ મેળવો. 7
Obtain the moment generating function for the negative binominal distribution. Also obtain its mean and variance.

- c) બીનપ્રાયલીય પરિક્ષણની વ્યાખ્યા આપો. પ્રાયલીય અને બીનપ્રાયલીય પરિક્ષણ વચ્ચેનો તફાવત લખો. 6

Define nonparametric test. Write the difference between parametric and non-parametric test.

- Q.4 a) નેમન-પીયરસન પ્રમેય સમજાવો તથા તેના ઉપયોગો જણાવો 7
Explain Neyman - Pearson lemma. Also state its uses.

- b) $N(\theta, 100)$ પ્રમાણ્ય સમ્વીષ્ટિમાંથી $n=25$ કદવાળો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવ્યો છે $H_0 : \theta=60$ વિરુદ્ધ $H_1 \theta=64$ નું પરિક્ષણ કરવા માટેનીયે પ્રમાણબે પરીક્ષણો આપવામાં આવ્યા છે. તો આ બે પરીક્ષણોમાંથી કયું પરિક્ષણ વધુ સારું છે? તે જણાવો, 8

A random sample of sign 25 is taken from a normal distribution $N(\theta, 100)$
To test $H_0 : \theta=60$ against $H_1 \theta=64$ the two test are given below. State which test is better one.

પરિક્ષણ –I : જો $\bar{x} > 64$ તો H_0 નો અસ્વીકાર કરો

Test –I : If $\bar{x} > 64$ then Reject H_0

પરિક્ષણ –II : જો $\bar{x} < 56$ અથવા $\bar{x} > 67.4$ હોય તો H_0 નો અસ્વીકાર કરો

Test –II : If $\bar{x} < 56$ or $\bar{x} > 67.4$ then reject H_0

- c) એક વિશાળ હોલની ચાર દીવાલો A,B,C,D પર પાંચ-પાંચ ચિત્રો મુકવામાં આવેલા છે, ઉત્તમ 10 ચિત્રો પસંદ કરવાના હતા, પ્રત્યેક દીવાલ પરથી પસંદ થયેલ ચિત્રોનું પરિણામ આ પ્રમાણે છે. 5

Five posters are put on each wall of a large hall of four walls A, B, C, D. best 10 posters are to be selected. The result of selected posters of each wall is given below

Wall દીવાલ	A	B	C	D	Total કુલ
Frequency આવૃત્તિ	2	5	0	3	10

આપેલા ક્રમાંકોની પસંદગી વચ્ચે કોઈઅપેક્ષિત તફાવત નથીએ પરિકલ્પનાનું પરિક્ષણ કોલ્મોગોરોવ-સ્મીર્નોવ પરિક્ષણ દ્વારા કરો

Test the hypothesis that “There is no expected difference between the given selected ranks.” Use Kolmogorov-smirnov test

અથવા

OR

- a) પ્રમાણ્ય વિતરણ $N(0, \sigma^2)$ માંથી લીધેલા n કદવાળા દ્વાળા નિદર્શના આધારે 8
 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ વિરુદ્ધ $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$, ના પરિક્ષણમાટે નેમન-પીયરસન પ્રમેયનો
ઉપયોગ કરીને α કદવાળો શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ મેળવો તથા જો $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$, હોય
તો, આ કિસ્સામાં સામર્થ્ય વીધેય પણ મેળવો.

A random sample of size n is taken from the normal distribution $N(0, \sigma^2)$
obtain the best critical region of size α , by using Neyman pearson lemma
for testing $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ against $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$. Moreover if $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$, then obtain
the power function in this case.

- b) $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-x/\theta}$, $0 < x < \infty$, $\theta > 0$, છે, આ સંભાવના વીધેયમાંથી લીધેલા n 7
કદવાળા નિદર્શ ના આધારે $H_0: \theta = \theta_0$ વિરુદ્ધ $H_1: \theta = \theta$, ના પરિક્ષણ માટે
નેમન પીયરસન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને α કદવાળો શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ
મેળવો.

A random sample of size n is taken from the probability distribution,
 $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-x/\theta}$, $0 < x < \infty$, $\theta > 0$, on the basis of this distribution,
obtain the best critical region of size α to test $H_0: \theta = \theta_0$ against $H_1: \theta =$
 θ , by using neyman pearson lemma.

- c) કેન્ડાલનું T પરિક્ષણ સમજાવો 5
Explain kendall's T test

- Q.5 a) ત્રણ સારવાર દ્વારા મેળવાયેલ એક પાકનું ઉત્પાદન નીચે મુજબ છે તો ત્રણેય 6
સારવાર વચ્ચે કોઈ સાર્થક તફાવત નથી એ પરિકલ્પનાનું પરિક્ષણ કૃસ્કલ વોલિસ
પરિક્ષણના ઉપયોગવડે કરો.

Yield of crop through three different treatments are given below test
whether there is significant difference among the three treatments, using
krushkal-wallis test.

Plot-I પ્લોટ - I	37	34	31	36	13	34	32
Plot-II પ્લોટ - II	36	15	20	24	17	-	-
Plot-III પ્લોટ - III	36	25	20	27	-	-	-

b) સાનુક્રમ પરિક્ષણ સમજાવો 4
Explain run test

c) નીચેનાં સંભાવના ઘટત્વ વીધેય માટે કેમર-રાવના વિચરણની નીચલી સીમા મેળવો. 5

Obtain the crammer-Rao's lower bound for variance, for the following probability density functions;

$$(1) f(x, \theta) = \theta \cdot e^{-\theta x}, 0 < x < \alpha, \theta > 0$$

$$(2) f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \cdot \theta^x}{x!}, x=0,1,2, \dots \alpha, \theta > 0$$

d) ઋણ ટ્રીપલ વીતરણનું અનંતલક્ષી વીધેય પોયસન વીતરણને અનુલક્ષે છે એમ બતાવો. 5

Show that infinite limit function of negative binominal distribution Follows Poisson distribution.

અથવા
OR

a) બે થી વધુ નિદર્શ માટેનું મધ્યસ્થ પરિક્ષણ સમજાવો. 5
Explain the median test for more than two samples.

b) નીચેની માહિતી પરથી બંને નિદર્શ અવલોકનો વચ્ચે તફાવત નથી એવી 5
પરિકલ્પનાનું કેન્ડાલમ T પરિક્ષણ કરો

Test the hypothesis there are no difference between the both samples observations by using Kendall's T test for given data.

x	113	111	83	85	126	106	117
y	88	86	56	62	92	54	81

c) 90 એકમોના સમૂહમાં 10% વસ્તુઓ ખામીવાળી છે. આ સમૂહમાંથી 9 5
વસ્તુઓનો એક યદચ્છ નિદર્શ પસંદ કરવામાં આવે છે તો આ નિદર્શમાં ઓછામાં ઓછી 8 વસ્તુઓ ખામીવાળી હોવાની સંભાવના શોધો

10% units are defective in a group of 90 units of a commodity. A random sample of 9 units is taken, then find the probability that there would be at least 8 defective units.

d) આગણક માટેની પ્રઘાતની રીત સમજાવો. 5
For estimator, explain the Method of moment.
